Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования **«Национальный исследовательский университет ИТМО»**

Факультет Программной Инженерии и Компьютерной Техники

**Лабораторная работа №2**

**по дисциплине «Вычислительная математика»**

Вариант: **17**

Преподаватель:   
Малышева Татьяна Алексеевна

Выполнил: Шмидт Александра

Группа: Р3215

Санкт-Петербург, 2025 г

Задание:

Вычислительная часть:



Крайний правый корень методом половинного деления.  
Крайний левый корень методом секущих.

Центральный корень методом простой итерации.



Программная часть:

Реализовать метод хорд, метод Ньютона, метод простой итерации для решения нелинейных уравнений

Реализовать метод простой итерации для решения систем нелинейных уравнений.

Вычислительная реализация:

1. -0.38x3-3.42x2+2.51x+8.75, eps = 0.01

Изображение выглядит как линия, График, диаграмма, текст

Автоматически созданное описание

Воспользуемся методом интервалов знакопеременности. Найдем значение функции на различных интервалах: (-inf; -9.5); (-9.5; -1.35); (-1.35; 1.7); (1.7; +inf)

Найдем значение функции в произвольной точке каждого интервала:  
f(-10) = 21.65

f(-2) = -6.91

f(0) = 8.75

f(2) = -2.95

соответственно, мы наблюдаем чередование знаков на интервалах: + - + -

рассмотрим интервалы изоляции:  
(-9.5; -1.4)

(-1.4; 0)

(1.7; 2) – тк f(x) сохраняет знак на промежутке (2; +inf)

найдем корни этого уравнения:  
 крайний правый методом половинного деления:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № шага | a | b | x | F(a) | F(b) | F(x) | |a-b| |
| 1 | 1.7 | 2 | 1.85 | 1.26 | -2.95 | -0.71 | 0.3 |
| 2 | 1.7 | 1.85 | 1.775 | 1.26 | -0.71 | 0.3 | 0.15 |
| 3 | 1.775 | 1.85 | 1.81 | 0.3 | -0.71 | -0.16 | 0.075 |
| 4 | 1.775 | 1.81 | 1.792 | 0.3 | -0.16 | 0.07 | 0.03 |
| 5 | 1.792 | 1.81 | 1.801 | 0.07 | -0.16 | -0.04 | 0.018 |
| 6 | 1.792 | 1.801 | 1.7965 | 0.07 | -0.04 | 0.018 | 0.009 |

Правило сходимости по аргументу выполнено => прекращаем итерации

Крайний левый корень методом секущих:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № шага | Xk-1 | Xk | Xk+1 | F(xk+1) | |xk+1-xk| |
| 1 | -9 | -9.001 | -9.489 | 1.664 | 0.488 |
| 2 | -9.001 | -9.489 | -9.436 | -0.164 | 0.052 |
| 3 | -9.489 | -9.436 | -9.441 | -0.001 | 0.005 |

Серединный корень методом простой итерации:

Для начала необходимо проверить условие сходимости метода на интервале:

[a, b] = [-1.4; 0]  
f(x) = -0.38x3-3.42x2+2.51x+8.75 = 0

F’(x) = -1.14x2-6.84x+2.51

F’(a) = 9.85 > 0; f’(b) = 2.51 > 0;

Max(f’(a), f’(b)) = 9.85 => lambda = -1/9.85 = -0.101

Phi(x) = x - 0.101(-0.38x3-3.42x2+2.51x+8.75)

Phi’(x) = 1 - 0.101(-1.14x2-6.84x+2.51)

Phi’(a) = 0.005, phi’(b) = 0.746, условие сходимости выполняется; q = 0.746 => скорость сходимости низкая.

Критерий окончания итерационного процесса: |xn-xn-1| < (1-q/q)\*eps

(1-q/q)\*eps = 0.003

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № шага | Xk | Xk+1 | F(xk+1) | |xk+1-xk| |
| 1 | -1.4 | -1.357 | -0.424 | 0.042 |
| 2 | -1.357 | -1.356 | -0.004 | 0.0004 |

1. 

Метод Ньютона для решение СНУ

Изображение выглядит как линия, диаграмма, круг, График

Автоматически созданное описание

Приведем систему к виду, отметим, что решением системы является точки пересечения эллипса и , следовательно, система имеет не больше двух различных решений.

Построим Матрицу Якоби:  
;

*;*

*Изображение выглядит как Шрифт, текст, белый, рукописный текст

Содержимое, созданное искусственным интеллектом, может быть неверным.*

*=*

Пусть x = -0.65, y = -0.62

Линеаризируем систему:

Решим систему:  
 = -0.01

Вычислим следующие приближения:

X1 = x0 + = -0.65 – 0.01 = -0.66

Y1 = Y1 + = -0.62 – 0.006 = -0.626

Проверка сходимости:

|x₁ - x₀| = 0.01 ≤ ε

|y₁ - y₀| = 0.006 < ε

Условия выполнены, корень примерно (-0.66; -0.626)

Аналогично находим второй корень (0.66; 0.626)

Программная реализация задачи:

[*https://github.com/mrcdssclss/comp\_math\_lab2*](https://github.com/mrcdssclss/comp_math_lab2)

результат выполнения программы для разных исходных данных:

|  |
| --- |
| решение нелинейных уравнений (1), решение систем линейных уравнений (2), выход (3): 1  выберите уравнение:  1. -0.38x\*\*3-3.42x\*\*2+2.51x+8.75  2. ln(x\*\*2 + 1) -x  3. 2.74x\*\*3-1.93x\*\*2-15.28x-3.72  4. x\*\*3+4.81x\*\*2-17.37x+5.38  2  выберите метод:  1. метод хорд  2. метод Ньютона  3. метод простой итерации  2  откуда вы хотите ввести границы интервала и погрешность? 1. с файла 2. с клавиатуры 2  введите левую границу интервала: 0  введите правую границу интервала: 1  введите погрешность: 0.01  x0: -0.8842822434289515, f(X): 1.4619933679196109  x0: -0.15052864364313878, f(X): 0.17293461709217262  x0: -0.01692513716143343, f(X): 0.01721155640745812  x0: -0.00027696457588981607, f(X): 0.0002770412852632804  корень: -0.00027696457588981607, значение функции: 0.0002770412852632804, число итераций 5  Изображение выглядит как снимок экрана, График, линия, диаграмма  Содержимое, созданное искусственным интеллектом, может быть неверным. |
| Изображение выглядит как снимок экрана, График, линия, диаграмма  Содержимое, созданное искусственным интеллектом, может быть неверным.  решение нелинейных уравнений (1), решение систем линейных уравнений (2), выход (3): 2  выберите систему  1.  cos(y) + x = 1.5  2y - sin(x - 0.5) = 1  -----------------------------  2.  sin(y-1) + x = 1.3  y - sin(x+1) = 0.8  2  откуда вы хотите ввести начальное приближение и погрешность? 1. с файла 2. с клавиатуры 2  введите приближение по x: 0.5  введите приближение по y: 1.5  введите погрешность: 0.01  [[ 0. -0.87758256]  [ 0.0707372 0. ]]  n: 1, x: 0.820574461395797, y: 1.7974949866040544, x1 - xborder: 0.32057446139579704, y - yborder: 0.2974949866040544  n: 2, x: 0.5843914176517576, y: 1.7689672882413572, x1 - xborder: -0.23618304374403942, y - yborder: -0.028527698362697196  n: 3, x: 0.6046065272428707, y: 1.7999075881756563, x1 - xborder: 0.020215109591113056, y - yborder: 0.030940299934299142  n: 4, x: 0.5827082961015198, y: 1.7994284896184847, x1 - xborder: -0.02189823114135092, y - yborder: -0.0004790985571716533  Результат: x: 0.5827082961015198, y: 1.7994284896184847  [-0.00033391 -0.00050056]  Изображение выглядит как линия, График, диаграмма, текст  Содержимое, созданное искусственным интеллектом, может быть неверным. |

Вывод:

В ходе выполнения лабораторной работы были изучены методы решения нелинейных уравнений и систем нелинейных уравнений. В результате были найдены корни заданных НУ и СНУ с помощью ручных вычислений, а также с помощью написанных на языке программирования Python программ, реализующих метод хорд, Ньютона и простой итерации (для НУ и СНУ)